Activité 1 : Créer un tableau à double entrée

Durant le premier trimestre de l'année scolaire, le club photo a acheté 60 pochettes de papier, dont 10 chez Fax, 20 chez Dux et 30 chez Axe, ainsi que 16 cartouches d'encre, dont 3 chez FAX, 5 chez Dux et 8 chez Axe.

1. Présenter ces informations dans un tableau à double entrée. Y a-t-il un seul tableau possible ?
2. (a) Recopier le tableau choisi en supprimant les intitulés et en mettant le tout entre parenthèses. On obtient une **matrice**. Donner le nombre de lignes et de colonnes. Indiquer le nombre situé à l'intersection de la première ligne et de la deuxième colonne de cette matrice et en donner une signification concrète.
   (b) Reprendre la question 2a avec l'autre tableau trouvé à la question 1.
3. Par la suite, on utilisera toujours le même tableau.
   (a) Au deuxième trimestre, le club a acheté 60 pochettes de papier, dont 15 chez Fax, 15 chez Dux et 30 chez Axe, et 20 cartouches d'encre, dont 5 chez Fax, 5 chez Dux et 10 chez Axe.
   Représenter ces informations dans un tableau à double entrée et écrire la matrice correspondante.
   (b) Au troisième trimestre, le club doit réduire chacun de ses achats de 60 % par rapport au trimestre précédent. Écrire la nouvelle matrice des achats de ce troisième trimestre.
   (c) Donner la matrice des achats des deux premiers trimestres, puis écrire la matrice des achats pour l'année.

Activité 2 : Étude d'une note à payer

Pour une fête, Zoé est chargée d'acheter du jus d'orange (O), du jus de pomme (P) et des boissons gazeuses (G).
Elle va étudier diverses possibilités de coût en faisant varier prix et quantités. Le but est de rechercher les diverses dispositions de « multiplication » de tableaux qui n'aideront pas directement Zoé, mais le futur gestionnaire qui maniera un grand nombre de produits et un grand nombre de prix.

— **Premier cas**
  Prix en euros par unité de O, de P, de G : $\boxed{2}\ \boxed{1{,}5}\ \boxed{0{,}7}$
  Quantités achetées : $\boxed{8}\ \boxed{6}\ \boxed{10}$
  1. Calculer le coût total en détaillant l'opération sur une ligne.
  2. Recopier le schéma ci-dessous et remplier les cases du « produit » d'une ligne par une colonne :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}}_{\text{quantités achetées}} \times \underbrace{\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}}_{\text{prix par unité}} = \underbrace{(\dots)}_{\text{coût total 1}}$$

  Rédiger une règle de « multiplication » d'une ligne à gauche par une colonne à droite.

— **Deuxième cas**
  Quantités achetées : $\boxed{10}\ \boxed{8}\ \boxed{12}$
  Les prix sont inchangés.
  Recopier et remplir les cases du « produit » de façon à faire apparaître le nouveau coût total 2.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}}_{\text{quantités achetées}} \times \underbrace{\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}}_{\text{prix par unité}} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow \text{ coût total 1} \\ \leftarrow \text{ nouveau coût total 2} \end{array}$$

— **Troisième cas**
  Nouveaux prix en euros par unités : $\boxed{1{,}8}\ \boxed{1{,}6}\ \boxed{0{,}68}$
  1. Recopier et remplir les cases du « produit » de façon à faire apparaître les quatre coûts totaux possibles :

$$\begin{array}{l} \text{quantités 1 } \rightarrow \\ \text{quantités 2 } \rightarrow \end{array} \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \times \begin{array}{c} \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \text{prix 1} \ \ \text{prix 2} \end{array} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

2. Donner la signification concrète des nombres inscrits dans chaque case de la matrice des coûts totaux possibles.
3. Rédiger une règle permettent de trouver les résultats dans le tableau final.
4. Recopier et remplir les cases du « produit » suivant :

$$\begin{array}{l} \text{prix 1} \rightarrow \\ \text{prix 2} \rightarrow \end{array} \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \times \begin{array}{cc} \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \text{quantités 1} \quad \text{quantités 2} \end{array} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Donner la signification concrète des nombres inscrits dans chaque case de la matrice des coûts totaux possibles.

Activité 3 : Découvrir la matrice identité

— **La matrice identité**

1. Quelle est la matrice 2×2 notée A qui vérifie : $A \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ pour tous les vecteurs $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$?
   On dit que la matrice A est la **matrice identité d'ordre 2**. On la note I_2.
   Compléter : $I_2 = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$.
2. Conjecturer la forme de I_3 (matrice identité d'ordre 3) puis de I_n dans le cas général.
3. . Montrer que pour toute matrice carré B d'ordre 2, on a $BI_2 = I_2B$
   Ce résultat reste vrai pour toutes les matrices carrées d'ordre 2, 3, ... Ainsi les matrices I_2, I_3, etc. jouent un rôle analogue au nombre 1 dans la multiplication des réels : $1 \times x = x \times 1 = x$.

— **Matrice inverse**
On sait que pour un nombre $x \neq 0$, on a : $x \times x^{-1} = x^{-1} \times x = 1$. Qu'en est-il pour les matrices ?

1. **Un exemple**
   Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Déterminer la matrice B telle que $A \times B = I_2$.
   On dit que B est l'**inverse de la matrice** A et on écrit : $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$.
   Calculer $A^{-1} \times A$ et compléter : $A^{-1} \times A = A \times \dots = \dots$.
2. **Un contre-exemple**
   Reprendre le 1 avec la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$. Que peut-on en déduire ?