## Dérivation en un point

**Nombre dérivée :**

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

C'est le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse $a$.

**Équation de la tangente :** $y = f'(a)(x-a) + f(a)$

## Dérivées des fonctions usuelles

| fonction $f$ | dérivée $f'$ | Domaine de dérivabilité |
|---|---|---|
| $f(x) = k$ ($k$ constante) | $f'(x) = 0$ | $\mathbb{R}$ |
| $f(x) = x$ | $f'(x) = 1$ | $\mathbb{R}$ |
| $f(x) = x^2$ | $f'(x) = 2x$ | $\mathbb{R}$ |
| $f(x) = x^3$ | $f'(x) = 3x^2$ | $\mathbb{R}$ |
| $f(x) = x^n$ ($n$ entier $>0$) | $f'(x) = nx^{n-1}$ | $\mathbb{R}$ |
| $f(x) = mx + p$ | $f'(x) = m$ | $\mathbb{R}$ |
| $f(x) = ax^2 + bx + c$ | $f'(x) = 2ax + b$ | $\mathbb{R}$ |
| $f(x) = \frac{1}{x}$ | $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ | $]-\infty\,;\,0[$ ou $]0\,;\,+\infty[$ |
| $f(x) = \sqrt{x}$ | $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ | $]0\,;\,+\infty[$ |

## Opérations sur les fonctions dérivées

| | **Opération** | **Dérivée** | **Conditions d'utilisation** |
|---|---|---|---|
| Somme de deux fonctions | $u + v$ | $u' + v'$ | $u$ et $v$ dérivables sur $I$ |
| Multiplication par une constante | $ku$ | $ku'$ | $u$ dérivable sur $I$ |
| Produit de deux fonctions | $uv$ | $u'v + uv'$ | $u$ et $v$ dérivables sur $I$ |
| Inverse d'une fonction | $\frac{1}{v}$ | $-\frac{v'}{v^2}$ | $u$ et $v$ dérivables sur $I$<br>Pour tout $x \in I$, $v(x) \neq 0$ |
| Quotient de deux fonctions | $\frac{u}{v}$ | $\frac{u'v - uv'}{v^2}$ | $u$ et $v$ dérivables sur $I$<br>Pour tout $x \in I$, $v(x) \neq 0$ |

## Dérivation et sens de variations

Soit $f$ une fonction dérivable sur un intervalle $I$.
- Si, pour tout $x$ de $I$, $f'(x) \geq 0$ alors $f$ est croissante sur $I$.
- Si, pour tout $x$ de $I$, $f'(x) \leq 0$ alors $f$ est décroissante sur $I$.
- Si, pour tout $x$ de $I$, $f'(x) = 0$ alors $f$ est constante sur $I$.

## Extremum local

Soit $f$ une fonction dérivable sur un intervalle $I$ et $x_0 \in I$, $x_0$ n'étant pas une extrémité de $I$.
Si $f'$ s'annule en $x_0$ en changeant de signe, alors $f(x_0)$ est un extremum local de $f$.