Dérivation en un point

Nombre dérivée :

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

C'est le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse a.

Équation de la tangente : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$

Dérivées des fonctions usuelles

fonction f	dérivée f'	Domaine de dérivabilité
$f(x) = k$ (k constante)	$f'(x) = 0$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x$	$f'(x) = 1$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^2$	$f'(x) = 2x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^3$	$f'(x) = 3x^2$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n$ (n entier >0)	$f'(x) = nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$	$]-\infty\,;\,0[$ ou $]0\,;\,+\infty[$
$f(x) = \frac{1}{x^2}$	$f'(x) = -\frac{2}{x^3}$	$]-\infty\,;\,0[$ ou $]0\,;\,+\infty[$
$f(x) = \frac{1}{x^n}$ (n entier >0)	$f'(x) = -\frac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty\,;\,0[$ ou $]0\,;\,+\infty[$
$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0\,;\,+\infty[$
$f(x) = \mathrm{e}^x$	$f'(x) = \mathrm{e}^x$	$\mathbb{R}$

Opérations sur les fonctions dérivées

	Opération	**Dérivée**	**Conditions d'utilisation**
Somme de deux fonctions	$u+v$	$u'+v'$	u et v dérivables sur I
Multiplication par une constante	ku	ku'	u dérivable sur I
Produit de deux fonctions	uv	$u'v+uv'$	u et v dérivables sur I
Inverse d'une fonction	$\frac{1}{v}$	$-\frac{v'}{v^2}$	u et v dérivables sur I Pour tout $x \in I$, $v(x) \neq 0$
Quotient de deux fonctions	$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v-uv'}{v^2}$	u et v dérivables sur I Pour tout $x \in I$, $v(x) \neq 0$

Dérivée et sens de variation

Théorème fondamental (admis) : Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I.

— Si, pour tout x de I, $f'(x) \geq 0$ alors f est croissante sur I.
— Si, pour tout x de I, $f'(x) \leq 0$ alors f est décroissante sur I.
— Si, pour tout x de I, $f'(x) = 0$ alors f est constante sur I.