Un peu de vocabulaire

Définition : On dit qu'un ensemble est fini s'il possède un nombre fini d'éléments.

Exemples :

1. L'ensemble $E = \{a\,;\,b\,;\,c\}$ est ....
2. Les ensembles $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ ou $[0\,;\,1]$ sont ....

Définitions :

— On appelle partie F d'un ensemble E tout ensemble F tel que tous les éléments de F soient aussi des éléments de E.
On dit alors que F est inclus dans E et on note $F \subset E$.

— On appelle intersection des ensembles A et B l'ensemble des nombres appartenant aux deux ensembles à la fois, c'est-à-dire à l'ensemble A *et* à l'ensemble B.
Cet ensemble est noté $A \cap B$. Le symbole $\cap$ se lit « inter ».

— On appelle réunion ensembles A et B l'ensemble des nombres appartenant à l'un au moins des deux ensembles c'est-à-dire à l'ensemble A *ou* à l'ensemble B.
Cet ensemble est noté $A \cup B$. Le symbole $\cup$ se lit « union ».

Exemples : Soit $E = \{a\,;\,b\,;\,c\,;d\,;\,e\,;f\,;g\}$ un ensemble.

$A = \{a\,;\,b\,;\,d\,;f\}$; $B = \{b\,;\,c\,;\,d\,;\,e\}$; $C = \{c\,;\,e\}$ et $D = \varnothing$ sont des parties de E.

— $A \cap B =$ .... et $A \cup B =$ ....

— $A \cap C =$ .... On dit que A et C sont ....

— C..........B.

Remarques :

1. $\varnothing$ et E sont aussi des parties de l'ensemble E.
2. Une partie à 1 élément est appelé singleton.
3. Une partie à 2 éléments est appelé une paire.
4. Il n'y a pas de notion d'ordre pour une partie d'un ensemble. Par exemple, $\{a\,;\,b\} = \{b\,;\,a\}$.
5. Les éléments sont tous distincts. La notation $\{a\,;\,a\}$ n'a pas de sens.

Définition : On appelle p-uplet ou p-liste d'un ensemble E une collection ordonnée d'objets qu'on appelle, selon les cas éléments, coordonnées ou termes.
Un p-uplet s'écrit avec des parenthèses.

Exemples : Soit $E = \{a\,;\,b\,;\,c\,;d\,;\,e\,;f\,;g\}$ un ensemble.

— $(a\,,\,b)$; $(c\,,\,d)$ et $(c\,,\,g)$ sont des 2-uplets, aussi appelés couples.

— $(c\,,\,e\,,\,a)$ est un 3-uplet ou triplet.

Remarque :

1. Cette fois, l'ordre intervient : $(a\,,\,b) \neq (b\,,\,a)$;
2. Les objets peuvent être identiques : le couple $(a\,,\,a)$ existe.

Définition : Produit cartésien
Soit E et F deux ensembles.
L'ensemble $E \times F$, appelé produit cartésien, est l'ensemble des couples $(x\,,\,y)$ tels que $x \in E$ et $y \in F$.

Exemples :

1. Si $E = \{1\,;\,2\,;3\}$ et $F = \{a\,;\,b\}$ alors :

$$E \times F = \text{...}$$

2. Pour noter des coordonnées dans un repère du plan, on a $(x\,,\,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, ou plus simplement $(x\,,\,y) \in \mathbb{R}^2$.
3. Pour noter des coordonnées dans un repère de l'espace, on a $(x\,,\,y\,,\,z) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, ou plus simplement $(x\,,\,y\,,\,z) \in \mathbb{R}^3$.