Signe d'une fonction affine

Soit $f(x) = mx + p$ une fonction affine de coefficient directeur m et d'ordonnée à l'origine p.

Cas 1 : Si $m > 0$

La fonction affine $f(x) = mx + p$ est strictement croissante et la droite la représentant coupe l'axe des abscisses en $x = -\frac{p}{m}$ (voir figure 1).

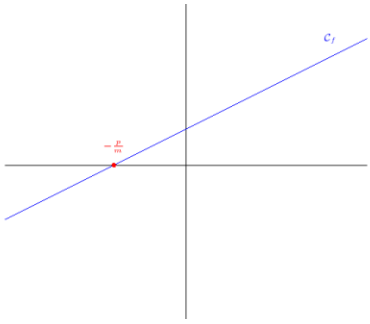

FIGURE 1 – Signe d'une fonction affine – cas $m > 0$

Le tableau de signes de la fonction f est donc le suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{p}{m}$		$+\infty$
Signe de $mx + p$		$-$	0	$+$	

Cas 2 : Si $m < 0$

La fonction affine $f(x) = mx + p$ est strictement décroissante et la droite la représentant coupe l'axe des abscisses en $x = -\frac{p}{m}$ (voir figure 2).

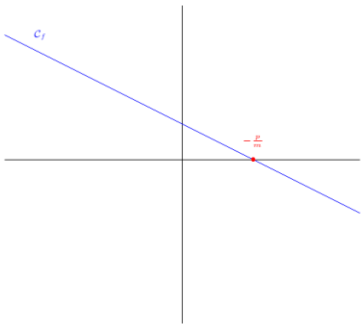

FIGURE 2 – Signe d'une fonction affine – cas $m < 0$

Le tableau de signes de la fonction f est donc le suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{p}{m}$		$+\infty$
Signe de $mx + p$		$+$	0	$-$	

Exemples : 1. **Signe de** $(2x + 3)$

Il faut d'abord déterminer la valeur pour laquelle le signe change :

$$\begin{aligned} 2x + 3 &= 0 \\ 2x &= -3 \\ x &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

Comme le coefficient directeur est positif, on obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$+\infty$
Signe de $2x + 3$		$-$	0	$+$	

2. **Signe de** $(1-3x)$
   Il faut d'abord déterminer la valeur pour laquelle le signe change :

$$\begin{aligned} 1-3x &= 0 \\ -3x &= -1 \\ x &= \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

   Comme le coefficient directeur est *négatif* , on obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
Signe de $1-3x$		$+$	0	-	

Signe d'un produit

On va regrouper le signe de chacun des facteurs du produit dans un même tableau de signes et conclure dans une dernière ligne grâce à la règle des signes.

Exemple : Signe de $(2x+3)(1-3x)$
Il suffit de mêler *dans un seul tableau* les résultats des deux exemples précédents en utilisant la règle des signes :

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
Signe de $2x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $1-3x$		$+$		$+$	0	$-$	
Signe de $(2x+3)(1-3x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	