Définition

Définition :
- Une suite (u_n) est croissante si, pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} \dots u_n$.
- Une suite (u_n) est décroissante si, pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} \dots u_n$.

Remarques :

1. On peut aussi définir une suite strictement croissante, strictement décroissante ou constante.
2. Il est possible de n'étudier les variations d'une suite qu'à partir d'un rang k donné.

Étude du sens de variation d'une suite

Propriété 1 : Pour étudier les variations de la suite (u_n), il suffit d'étudier le signe de .... :
- Si pour tout n, ... alors (u_n) est croissante.
- Si pour tout n, ... alors (u_n) est décroissante.

Propriété 3 : Soit (u_n) une suite définie par $u_n = f(n)$.
- Si la fonction f est .... sur $[0\,;\,+\infty[$, alors la suite (u_n) est ....
- Si la fonction f est .... sur $[0\,;\,+\infty[$, alors la suite (u_n) est ....

Remarques : 1. La réciproque de cette propriété est fausse. Il suffit par exemple de considérer la suite $u_n = \sin(2\pi n)$ (voir figure 1).

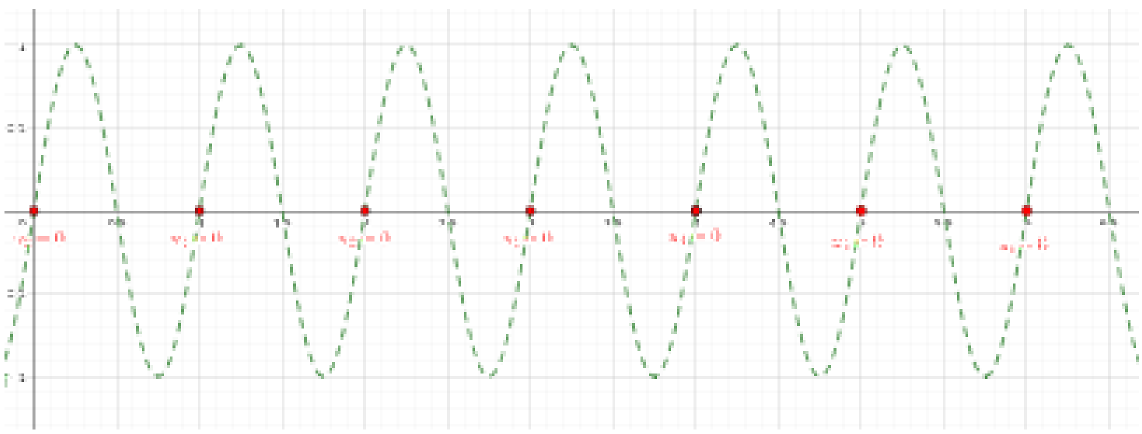

FIGURE 1 – Cas de la suite $u_n = \sin(2\pi n)$

2. Attention, ce théorème ne s'applique pas pour des suites définies par récurrence sous la forme $u_{n+1} = f(u_n)$.

Propriété 3 : Soit (u_n) une suite à termes strictement positifs.
- Si pour tout n on a ...., alors la suite (u_n) est croissante.
- Si pour tout n on a ...., alors la suite (u_n) est décroissante.
-

Exercice : Étudier le sens de variations des suites suivantes :

1. La suite (u_n) définie par $u_n = -3n + 2$.

2. Soit (v_n) la suite définie par $v_n = n^2 + 2n$.

3. Soit (w_n) la suite définie par $w_n = \dfrac{4}{n+1}$.

4. Soit (t_n) la suite définie par $t_n = \dfrac{3^n}{4^{n+2}}$.

5. Soit (z_n) la suite définie par $z_n = (-1)^n$.