3 Signe du trinôme

3.1 Si $\Delta > 0$

On a alors deux racines distinctes $x_1$et x_2. On a vu au 2.2 que l'on peut alors factoriser f :

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Pour simplifier, on supposera que $x_1 < x_2$. On obtient le tableau de signes suivants :

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$x - x_1$							
$x - x_2$							
$(x - x_1)(x - x_2)$							
$a(x - x_1)(x - x_2)$		Signe de	0	Signe de	0	Signe de	

Pour résumer :

Propriété 1 : Si $\Delta > 0$, f est du signe de a .... et du signe opposé à a ....

3.2 Si $\Delta = 0$

On a alors une seule racine double $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$. On a vu au 2.2 que l'on peut alors factoriser f :

$$f(x) = a(x - x_0)^2$$

Comme un carré est toujours .... et que f s'annule en $x_0 =$ ...., on a le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		....		$+\infty$
$a(x - x_0)^2$		Signe de	0	Signe de	

Pour résumer :

Propriété 2 : Si $\Delta = 0$, f est .... et s'annule en ....

3.3 Si $\Delta < 0$

Il n'y a pas de racine et on a vu au 2.2 que :

$$f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

Or :
- pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ ....0 (c'est un carré) ;
- comme $\Delta < 0$, $-\frac{\Delta}{4a^2}$...............0.

Par suite, l'expression entre crochets est toujours ....
f est donc toujours ....

Pour résumer :

Propriété 3 : Si $\Delta < 0$, f est ....