

Nombre dérivé – Tangente

Définition : Si le taux de variation $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ tend vers un nombre fini lorsque h tend vers zéro, on dit que la fonction f est **dérivable en a** .

Ce nombre est alors appelé **nombre dérivé de f en a** . On le note $f'(a)$.

On a donc :

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Remarque : Le **nombre dérivé** de f en a est donc le **coefficient directeur de la tangente** à la courbe au point d'abscisse a . La tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a admet comme équation :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

Notion de fonction dérivée

Définition : Si une fonction est dérivable pour tout réel a de l'intervalle I , on dit qu'elle est **dérivable sur l'intervalle I** .

Dans ce cas, on appelle **fonction dérivée** de f sur l'intervalle I la fonction qui, à tout x de I , associe le nombre dérivé $f'(x)$. On note cette fonction f' .

Remarque : Dire qu'une fonction est dérivable signifie qu'il existe des tangentes à tout point de la courbe la représentant. Par contre, la fonction dérivée n'a plus de lien avec la tangente en un point.

Dérivées des fonctions usuelles

fonction f	dérivée f'	Domaine de dérivabilité
$f(x) = k$ (k constante)	$f'(x) = 0$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x$	$f'(x) = 1$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^2$	$f'(x) = 2x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^3$	$f'(x) = 3x^2$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n$ (n entier > 0)	$f'(x) = nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = mx + p$	$f'(x) = m$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$	$] -\infty ; 0[$ ou $] 0 ; +\infty[$
$f(x) = \frac{1}{x^n}$ (n entier > 0)	$f'(x) = -\frac{n}{x^{n+1}}$	$] -\infty ; 0[$ ou $] 0 ; +\infty[$
$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$] 0 ; +\infty[$

Opérations sur les fonctions dérivées

	Opération	Dérivée	Conditions d'utilisation
Somme de deux fonctions	$u + v$	$u' + v'$	u et v dérivables sur I
Multiplication par une constante	ku	ku'	u dérivable sur I
Produit de deux fonctions	uv	$u'v + uv'$	u et v dérivables sur I