

Limites de suites – Applications

Christophe ROSSIGNOL*

Année scolaire 2024/2025

Table des matières

1	Limite d'une suite	2
1.1	Limite infinie	2
1.2	Limite finie	3
2	Opérations sur les limites	4
2.1	Limite d'une somme	4
2.2	Limite d'un produit	5
2.3	Limite d'un quotient	5
3	Limites par comparaison	6
3.1	Théorèmes de comparaison	6
3.2	Théorème des gendarmes	7
4	Cas des suites géométriques et des suites monotones	7
4.1	Suites géométriques	7
4.2	Suites monotones	9

Table des figures

1	Suite de limite $+\infty$	2
2	Suite de limite finie l	3

Liste des algorithmes

1	Suite de limite $+\infty$	2
2	Suite convergente	4

*Ce cours est placé sous licence Creative Commons BY-SA <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.0/fr/>

En préliminaire au cours, voir la fiche de rappels sur le sens de variation d'une suite.

1 Limite d'une suite

Activités : Activité 2¹ page 14 [Magnard]

1.1 Limite infinie

Définition : On dit que la suite (u_n) admet comme limite $+\infty$ si tout intervalle de la forme $]a; +\infty[$ contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang (voir figure 1).

On note alors :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$$

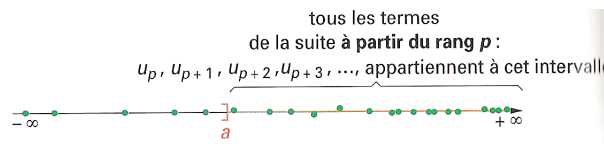


FIGURE 1 – Suite de limite $+\infty$

Exemple : Soit $u_n = n^2$.

On peut conjecturer que la suite (u_n) tend vers $+\infty$.

Pour le montrer en utilisant la définition, on doit trouver, pour tout $a > 0$, un rang p tel que, si $n \geq p$, $u_n > a$.

Résolvons cette inéquation :

$$\begin{aligned} u_n &> a \\ n^2 &> a \end{aligned}$$

Comme le passage à la racine carrée conserve l'ordre pour les nombres positifs, on obtient $n \geq \sqrt{a}$.

Il suffit donc de prendre pour p le plus petit entier supérieur à \sqrt{a} pour obtenir le résultat.

La suite (u_n) tend donc vers $+\infty$.

La fonction Python de l'algorithme 1 permet de déterminer ce rang p .

Algorithme 1 Suite de limite $+\infty$

```
def rangsuite (a) :
    p = 1
    u = 1
    while (u ≤ a) :
        p = p + 1
        u = p2
    return p
```

Remarques :

1. On dit que ces suites sont **divergentes**.
2. On admettra que les suites de terme général \sqrt{n} ; n ; n^2 et n^3 admettent comme limite $+\infty$.
3. On définit de manière analogue une suite de limite $-\infty$:

1. Prolifération bactérienne.

Définition : On dit que la suite (u_n) admet comme limite $-\infty$ si tout intervalle de la forme $]-\infty; a[$ contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang.
On note alors :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$$

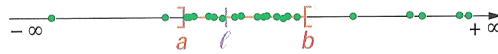
Remarque : Les suites de terme général $-\sqrt{n}$; $-n$; $-n^2$ et $-n^3$ admettent comme limite $-\infty$.

Exercices : 6, 8 page 19; 49, 50, 52 page 30; 95 page 33 et 103 page 34² - 5 page 19; 46 page 30³ [Magnard]

1.2 Limite finie

Définition : On dit que la suite (u_n) admet comme limite le nombre réel l si tout intervalle contenant l contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang (voir figure 1).
On dit alors que (u_n) converge vers l et on note :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$$



tous les termes de la suite à partir du rang p :
 $u_p, u_{p+1}, u_{p+2}, u_{p+3}, \dots$, appartiennent à cet intervalle

FIGURE 2 – Suite de limite finie l

Remarques :

1. Pour montrer qu'une suite est convergente, on peut se limiter aux intervalles centrés sur la limite l , c'est-à-dire les intervalles de la forme $[l - a; l + a]$ avec $a > 0$.
2. Si elle existe, la limite l d'une suite est unique.
3. Si une suite ne converge pas, on dit qu'elle est divergente.
4. On admettra que les suites de terme général $\frac{1}{\sqrt{n}}$; $\frac{1}{n}$; $\frac{1}{n^2}$ et $\frac{1}{n^3}$ ont pour limite zéro.

Exemples :

1. Soit $u_n = (-1)^n$

-1 et 1 sont les deux seules valeurs possibles pour la suite. La limite éventuelle de la suite ne pourrait donc être que -1 ou 1 .

Or, aucun des intervalles $]0; 2[$ et $]-2; 0[$ ne contiennent tous les termes de la suite à partir d'un certain rang (les termes d'indice pair sont dans $]0; 2[$ et ceux d'indice impair dans $]-2; 0[$).

Cette suite est donc divergente (en fait, elle n'a pas de limite).

2. Soit $v_n = 1 + \frac{1}{n}$.

On peut conjecturer que la suite (v_n) converge vers 1 .

Pour le montrer en utilisant la définition, on doit trouver, pour tout $a > 0$, un rang p tel que, si $n \geq p$, $1 - a \leq v_n \leq 1 + a$.

Réolvons cette inéquation :

$$\begin{aligned} 1 - a &\leq v_n \leq 1 + a \\ 1 - a &\leq 1 + \frac{1}{n} \leq 1 + a \\ -a &\leq \frac{1}{n} \leq a \end{aligned}$$

Comme $\frac{1}{n} > 0$, cela revient à $\frac{1}{n} \leq a$ et, comme le passage à l'inverse change l'ordre pour les nombres positifs, $n \geq \frac{1}{a}$.

2. Conjectures
3. Suites tendant vers l'infini.

Il suffit donc de prendre pour p le plus petit entier supérieur à $\frac{1}{a}$ pour obtenir le résultat.

La suite (v_n) converge donc vers 1.

La fonction Python de l'algorithme 2 permet de déterminer ce rang p .

Algorithme 2 Suite convergente

```
def rangsuite (a) :
    p = 1
    v = 2
    while (v > 1 + a) or (v < 1 - a) :
        p = p + 1
        v = 1 + 1/p
    return p
```

Remarque : Il y a donc plus types de suites divergentes : celles qui tendent vers $\pm\infty$ et celles qui n'ont pas de limite.

Exercice : 33, 34 page 29 ; 96 page 33 et 105 page 34⁴ – 7 page 19 ; 47, 51 page 30 et 53 page 31⁵ [Magnard]

2 Opérations sur les limites

Dans toute cette section, l et l' désignent deux nombres réels.

2.1 Limite d'une somme

Les résultats sont résumés dans le tableau 1.

$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$	l	l	l	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$	l'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n)$	$l + l'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	F.I.

TABLE 1 – Limite d'une somme

Remarque : « F.I. » signifie « **Forme Indéterminée** ». Ceci veut dire que l'on ne peut pas conclure directement à l'aide du tableau. Il faut étudier plus en détail les suites pour « lever l'indétermination » et trouver la limite.

Exemples :

1. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n} + \sqrt{n} + 2 \right) = ?$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0 \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} = +\infty \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} 2 = 2 \end{array} \right\} \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n} + \sqrt{n} + 2 \right) = +\infty$$

4. Conjectures

5. Suites convergentes.

$$2. \lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 - n) = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} (-n) = -\infty \end{array} \right\} \text{On a une forme indéterminée}$$

Cette F.I. sera levée à la sous-section 2.2.

2.2 Limite d'un produit

Les résultats sont résumés dans le tableau 2.

$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$	l	$l > 0$	$l > 0$	$l < 0$	$l < 0$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	0	0
$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$	l'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n \times v_n)$	$l \times l'$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	F.I.	F.I.
Il s'agit de la règle des signes										

TABLE 2 – Limite d'un produit

Exemples :

$$1. \lim_{n \rightarrow +\infty} (-3n^2) = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{n \rightarrow +\infty} -3 = -3 \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty \end{array} \right\} \text{donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} (-3n^2) = -\infty$$

$$2. \lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 - n) = ?$$

On a déjà vu à la sous-section 2.1 que cette limite présente une forme indéterminée. Or, si $n \neq 0$, $n^2 - n = n^2 \left(1 - \frac{n}{n^2}\right) = n^2 \left(1 - \frac{1}{n}\right)$ et :

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 - \frac{1}{n} = 1 \end{array} \right\} \text{donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 - n) = +\infty$$

On a levé l'indétermination.

Remarque : Pour lever une indétermination de la forme « $\infty - \infty$ », il suffit souvent de mettre en facteur le terme de plus haut degré.

2.3 Limite d'un quotient

Les résultats sont résumés dans le tableau 3.

Exemples :

$$1. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-5}{2n^2 - 1} = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{n \rightarrow +\infty} -5 = -5 \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} 2n^2 - 1 = +\infty \end{array} \right\} \text{donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-5}{2n^2 - 1} = 0$$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$	l	l	$+\infty$ ou $-\infty$	$+\infty$ ou $-\infty$	$l \neq 0$	$+\infty$ ou $-\infty$	0
$\lim_{x \rightarrow +\infty} v_n$	$l' \neq 0$	$+\infty$ ou $-\infty$	$l' \neq 0$	$+\infty$ ou $-\infty$	0	0	0
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n}$	$\frac{l}{l'}$	0	$+\infty$ ou $-\infty$	F.I.	$+\infty$ ou $-\infty$	$+\infty$ ou $-\infty$	F.I.
			règles des signes		il faut prendre en compte le signe de v_n		

TABLE 3 – Limite d'un quotient

2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n-2}{3n-1} = ?$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{n \rightarrow +\infty} n - 2 = +\infty \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} 3n - 1 = +\infty \end{array} \right\} \text{On a une forme indéterminée}$$

On va mettre en facteur les termes de plus haut degré :

$$\frac{n-2}{3n-1} = \frac{n(1 - \frac{2}{n})}{n(3 - \frac{1}{n})} = \frac{1 - \frac{2}{n}}{3 - \frac{1}{n}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 - \frac{2}{n} = 1 \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} 3 - \frac{1}{n} = 3 \end{array} \right\} \text{donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n-2}{3n-1} = \frac{1}{3}$$

Remarque : Pour lever une indétermination de la forme « $\frac{\infty}{\infty}$ », il suffit souvent de mettre en facteur le terme de plus haut degré au numérateur et au dénominateur, puis réduire la fraction obtenue.

Exercices : 9, 10 page 21 et 54, 56, 57 page 31⁶ – 11, 12 page 21 et 59, 60, 61, 62 page 31⁷ – 98 page 33⁸ – 109 page 34⁹ [Magnard]

3 Limites par comparaison

Activité : Activité 3 page 15¹⁰ [Magnard]

3.1 Théorèmes de comparaison

Théorème 1 : Soient (u_n) et (v_n) deux suites et a, n_0 un entier naturel.

- Si, pour $n \geq n_0$, on a $u_n \geq v_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$
- Si, pour $n \geq n_0$, on a $u_n \leq v_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$

Démonstration :

1. Soit a un nombre réel.

Comme $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$, il existe un entier p tel que l'intervalle $]a; +\infty[$ contienne tous les termes de (v_n) à partir de l'indice p .

On note N le plus grand des nombres entiers n_0 et p .

pour $n \geq N$, l'intervalle $]a; +\infty[$ contient tous les termes v_n et, de plus, $u_n \geq v_n$.

6. Limites « simples ».
7. Formes indéterminées.
8. Vrai-Faux.
9. Avec une suite intermédiaire.
10. Découvrir les propriétés sur les limites.

Par suite, pour $n \geq N$, l'intervalle $]a; +\infty[$ contient tous les termes u_n .

Cette démonstration étant valable pour tout nombre réel a , on vient de montrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$.

2. Soit a un nombre réel.

Comme $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$, il existe un entier p tel que l'intervalle $]-\infty; a[$ contienne tous les termes de (v_n) à partir de l'indice p .

On note N le plus grand des nombres entiers n_0 et p .

pour $n \geq N$, l'intervalle $]-\infty; a[$ contient tous les termes v_n et, de plus, $u_n \leq v_n$.

Par suite, pour $n \geq N$, l'intervalle $]-\infty; a[$ contient tous les termes u_n .

Cette démonstration étant valable pour tout nombre réel a , on vient de montrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$.

Exemple : Soit $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$

Pour tout entier n , $n^2 + 1 \geq n^2$.

Comme la fonction racine carrée est croissante, elle conserve l'ordre donc $\sqrt{n^2 + 1} \geq \sqrt{n^2}$.

Comme n est un entier positif, $\sqrt{n^2} = n$.

On a donc $\sqrt{n^2 + 1} \geq n$. Comme $\lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty$, on obtient $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$.

Exercices : 13, 14 page 23 et 63, 64, 65 page 31¹¹ – 100 page 33¹² – 21, 22 page 26¹³ [Magnard]

3.2 Théorème des gendarmes

Théorème 2 : Théorème dit « des gendarmes » (admis)

Soient (u_n) , (v_n) et (w_n) trois suites; n_0 un entier naturel et l un réel.

Si, pour $n \geq n_0$, on a $v_n \leq u_n \leq w_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = l$ alors :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$$

Exemple : Soit (u_n) la suite définie par $u_n = \frac{\cos n}{\sqrt{n}}$.

Comme $-1 \leq \cos n \leq 1$ et $\sqrt{n} > 0$, on a :

$$-\frac{1}{\sqrt{n}} \leq u_n \leq \frac{1}{\sqrt{n}}$$

Comme $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$, la suite (u_n) converge vers zéro.

Exercices : 15, 16 page 23 et 67, 68, 69, 70 page 31¹⁴ – 97 page 33¹⁵ – 99 page 33¹⁶ [Magnard]

4 Cas des suites géométriques et des suites monotones

4.1 Suites géométriques

Lemme : Inégalité de BERNOULLI

Pour tout réel $a > 0$ et pour tout entier naturel n , on a :

$$(1 + a)^n \geq 1 + na$$

Démonstration :

Montrons par récurrence que $(1 + a)^n \geq 1 + na$.

Initialisation : $(1 + a)^0 = 1$ et $1 + 0 \times a = 1$ donc la propriété est vérifiée au rang zéro.

-
11. Théorème de comparaison.
 12. Forme conjuguée.
 13. Étudier la convergence d'une suite.
 14. Théorème des gendarmes.
 15. Choix de méthode.
 16. Vrai-Faux.

Hérédité : On suppose qu'il existe un rang n tel que $(1+a)^n \geq 1+na$ et on veut montrer que $(1+a)^{n+1} \geq 1+(n+1)a$.

$$\begin{aligned}(1+a)^n &\geq 1+na \\ (1+a)^n \times (1+a) &\geq (1+na) \times (1+a) \text{ car } 1+a > 0 \\ (1+a)^{n+1} &\geq (1+na)(1+a) \\ (1+a)^{n+1} &\geq 1+na+a+na^2 \\ (1+a)^{n+1} &\geq 1+(n+1)a+na^2\end{aligned}$$

Comme $na^2 \geq 0$, on a donc $(1+a)^{n+1} \geq 1+(n+1)a$.

On a donc montré que, pour tout n , $(1+a)^n \geq 1+na$.

Propriété : Soit q un réel différent de zéro et de 1.

1. Si $q > 1$, la suite de terme général (q^n) admet comme limite $+\infty$ (elle est donc **divergente**).
2. Si $-1 < q < 1$, la suite de terme général (q^n) a pour limite zéro.
3. Si $q \leq -1$, la suite de terme général (q^n) n'a pas de limite (elle est donc **divergente**).

Démonstration partielle :

1. Comme $q > 1$, on peut noter $q = 1+a$, avec $a > 0$.

En utilisant l'inégalité de BERNOULLI, on a, pour tout entier naturel n , $q^n \geq 1+na$.

De plus, comme $a > 0$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} (1+na) = +\infty$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$.

2. On va traiter deux cas :

- Si $0 < q < 1$: On pose $p = \frac{1}{q}$. On a donc $p > 1$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} p^n = +\infty$.

Comme $q = \frac{1}{p}$, on a $q^n = \left(\frac{1}{p}\right)^n = \frac{1}{p^n}$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$.

- Si $-1 < q < 0$: On pose $s = -q$. On a donc $0 < s < 1$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} s^n = 0$.

Comme $q = -s$, on a donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$.

3. Ce résultat est admis.

Application : Limite de e^n et e^{-n}

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} e^n = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} e^{-n} = 0$$

Démonstration :

Comme $e > 1$, on a $\lim_{n \rightarrow +\infty} e^n = +\infty$.

De plus, comme $e^{-n} = \frac{1}{e^n} = \left(\frac{1}{e}\right)^n$ et que $0 < \frac{1}{e} < 1$, on a $\lim_{n \rightarrow +\infty} e^{-n} = 0$.

Exemples :

1. Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = -3$ et de raison 4.

On a donc $u_n = -3 \times 4^n$.

Comme $4 > 1$, on a $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4^n = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$.

2. Soit (v_n) la suite définie par $v_n = 5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$.

Comme $0 < \frac{2}{3} < 1$, on a $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$.

3. Soit (w_n) la suite définie par $w_n = 5^n - 3^n$.

On obtient une forme indéterminée. On va mettre en facteur le terme prépondérant :

$$w_n = 5^n \left(1 - \frac{3^n}{5^n}\right) = 5^n \left(1 - \left(\frac{3}{5}\right)^n\right)$$

Comme $0 < \frac{3}{5} < 1$, on a $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{5}\right)^n = 0$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \left(\frac{3}{5}\right)^n\right) = 1$.

Comme $5 > 1$, on a $\lim_{n \rightarrow +\infty} 5^n = +\infty$ et donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = +\infty$.

4. Soit (t_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $q = \frac{1}{4}$.

On note $S_n = t_0 + t_1 + \dots + t_{n-1}$.

On a :

$$S_n = t_0 \times \frac{1 - q^n}{1 - q} = 5 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n}{1 - \frac{1}{4}} = 5 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n}{\frac{3}{4}} = 5 \times \frac{4}{3} \times \left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n\right) = \frac{20}{3} \times \left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)$$

Comme $0 < \frac{1}{4} < 1$, on a $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n = 0$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n\right) = 1$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{20}{3}$.

Exercices : 17, 18 page 25 et 71, 73, 74, 78 page 32¹⁷ – 75, 77 page 32 et 114 page 35¹⁸ – 116 page 35 et 117, 118, 119 page 36¹⁹ – 24 page 27; 121, 123 page 36; 124, 126 page 37 et 146 page 41²⁰ – 111 page 35²¹ – 131 page 38 et 144 page 41²² [Magnard]

4.2 Suites monotones

Définition :

On dit que la suite (u_n) est **majorée** par M si, pour tout n , $u_n \leq M$.

On dit que la suite (u_n) est **minorée** par m si, pour tout n , $u_n \geq m$.

On dit que la suite (u_n) est **bornée** si elle est à la fois **majorée et minorée**.

Remarques :

1. Si la suite (u_n) est définie par $u_n = f(n)$, on peut utiliser le tableau de variations de la fonction f sur $[0; +\infty[$ pour montrer que (u_n) est majorée, minorée ou bornée.
2. Si la suite (u_n) est définie par récurrence, on utilisera généralement le raisonnement par récurrence pour montrer que la suite (u_n) est bornée (respectivement majorée ou minorée).

Propriété 1 :

— Si (u_n) est une suite **croissante non majorée** alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$.

— Si (u_n) est une suite **décroissante non minorée** alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$.

Démonstration (partielle) :

Si la suite (u_n) est non majorée, alors, pour tout $a > 0$, il existe n_0 tel que $u_{n_0} > a$.

De plus, comme (u_n) est croissante, pour tout $n \geq n_0$, $u_n > a$.

Par suite, pour tout $n \geq n_0$, $u_n \in]a; +\infty[$. La suite (u_n) admet donc comme limite $+\infty$.

Exercice : En vous inspirant de la démonstration précédente, montrer que toute suite décroissante non minorée tend vers $-\infty$.

Exercice : 21 page 26²³ [Magnard]

Propriété 2 (admise) :

— Si (u_n) est une suite **croissante et majorée** alors elle **converge**.

— Si (u_n) est une suite **décroissante et minorée** alors elle **converge**.

Remarque : Cette propriété prouve juste que la suite est convergente. Elle ne donne pas la limite. Pour déterminer cette limite, on faudra utiliser une autre méthode.

Exercices : 79, 80, 85 page 32; 106, 107, 108 page 34 et 110, 113 page 35²⁴ – 81 page 32; 101 page 34 et 149 page 42²⁵ – 23 page 27; 125 page 37; 133 page 38 et 145 page 41²⁶ [Magnard]

Module : Exercice 158 page 43²⁷ et TP 1 page 44²⁸ [Magnard]

17. Limite de suite géométrique.
18. Avec une forme indéterminée.
19. Somme de termes.
20. Étudier des phénomènes d'évolution.
21. Dépassement de seuil.
22. Détermination de limite - Bilan.
23. Étudier la convergence d'une suite.
24. Convergence des suites monotones.
25. Vrai-Faux.
26. Étudier des phénomènes d'évolution.
27. Convergence de la méthode de HÉRON
28. Application de la méthode de Newton.

Références

[Magnard] Maths Tle Spécialité, MAGNARD, 2020 2, 3, 4, 6, 7, 9