Dérivées des fonctions usuelles

fonction f	dérivée f'	Domaine de dérivabilité
$f(x) = k$ (k constante)	$f'(x) = 0$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x$	$f'(x) = 1$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n$ (n entier >0)	$f'(x) = nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \dfrac{1}{x}$	$f'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$	$]-\infty\,;\,0[$ ou $]0\,;\,+\infty[$
$f(x) = \dfrac{1}{x^n}$ (n entier >0)	$f'(x) = -\dfrac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty\,;\,0[$ ou $]0\,;\,+\infty[$
$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0\,;\,+\infty[$
$f(x) = \mathrm{e}^x$	$f'(x) = \mathrm{e}^x$	$\mathbb{R}$

Opérations sur les fonctions dérivées

	Opération	**Dérivée**	**Conditions d'utilisation**
Somme de deux fonctions	$u+v$	$u'+v'$	u et v dérivables sur I
Multiplication par une constante	ku	ku'	u dérivable sur I
Produit de deux fonctions	uv	$u'v+uv'$	u et v dérivables sur I
Inverse d'une fonction	$\dfrac{1}{v}$	$-\dfrac{v'}{v^2}$	u et v dérivables sur I Pour tout $x \in I$, $v(x) \neq 0$
Quotient de deux fonctions	$\dfrac{u}{v}$	$\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$	u et v dérivables sur I Pour tout $x \in I$, $v(x) \neq 0$

Dérivation d'une fonction composée

Théorème : (admis)

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I et v une fonction dérivable sur un intervalle J telles que, pour tout $x \in I$, $u(x) \in J$

Alors la fonction g définie par $v \circ u$ est dérivable sur I et :

$$(v \circ u)' = u' \times (v' \circ u)$$

Autrement dit, pour tout $x \in I$:

$$(v \circ u)'(x) = u'(x) \times v'(u(x))$$

Quelques cas particuliers importants :

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I.

- La fonction u^2 est dérivable sur I et $\left(u^2\right)' = 2u'u$.
- La fonction u^3 est dérivable sur I et $\left(u^3\right)' = 3u'u^2$.
- Pour tout entier naturel n non nul, la fonction u^n est dérivable sur I et $\left(u^n\right)' = nu'u^{n-1}$.
- Si pour tout $x \in I$, $u(x) \neq 0$, La fonction $\dfrac{1}{u}$ est dérivable sur I et $\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2}$.
- Si pour tout $x \in I$, $u(x) \neq 0$, La fonction $\dfrac{1}{u^n}$ est dérivable sur I et $\left(\dfrac{1}{u^n}\right)' = -\dfrac{nu'}{u^{n+1}}$.
- Si pour tout $x \in I$, $u(x) > 0$, La fonction $\sqrt{u}$ est dérivable sur I et $\left(\sqrt{u}\right)' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$.
- La fonction e^u est dérivable sur I et $\left(\mathrm{e}^u\right)' = u'\mathrm{e}^u$.